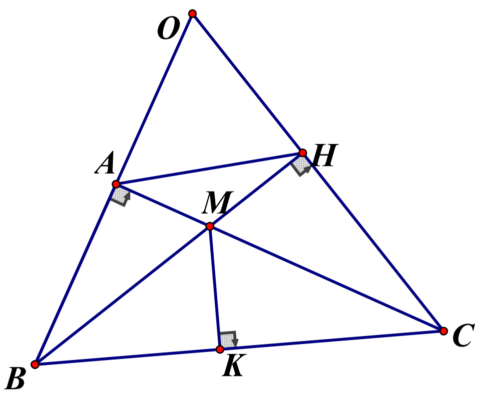
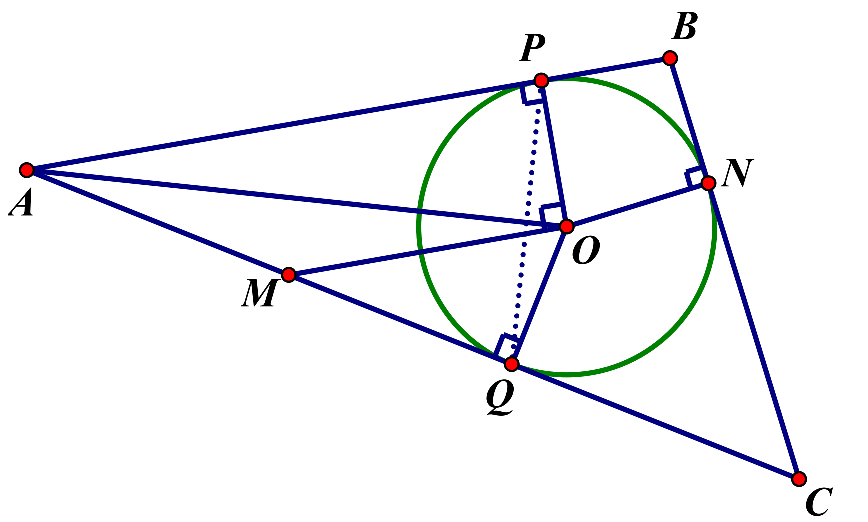
UBND HUYỆN THĂNG BÌNH
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 NĂM HỌC 2023 – 2024
Ngày thi: ... /10/2023

Câu	**Đáp án**	**Điểm**
1 (***3.0 điểm***)	**a) (*1.5 điểm*)** Ta có $P=\dfrac{2}{3+\sqrt{7}}+\dfrac{\sqrt{28}}{2}=\dfrac{2\left(3-\sqrt{7}\right)}{\left(3+\sqrt{7}\right)\left(3-\sqrt{7}\right)}+\dfrac{2\sqrt{7}}{2}$.	**1.0**
	$=3-\sqrt{7}+\sqrt{7}=3$	**0.5**
	b) (*1.5 điểm*) Ta có $x=\dfrac{4}{\left(\sqrt{2}-1\right)\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}-3}=\dfrac{4}{\left(\sqrt{2}-1\right)\sqrt[3]{\left(\sqrt{2}-1\right)^{3}}-3}$	**0.5**
	$=\dfrac{4}{\left(\sqrt{2}-1\right)^{2}-3}=\dfrac{4}{-2\sqrt{2}}=-\sqrt{2}.$	**0.5**
	Thay vào biểu thức Q ta được $Q=\left(-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-1\right)^{2023}=(-1)^{2023}=-1.$	**0.5**
2 (***4.0 điểm***)	**a) (*2.0 điểm*)** Ta có $x^{2}-2x+4=(x-1)^{2}+3\geq 3.$	**0.5**
	$x^{4}-2x^{2}+8=(x^{2}-1)^{2}+7\geq 7$	**0.5**
	Nhân vế theo vế hai bất đẳng thức trên ta được $(x^{2}-2x+4)(x^{4}-2x^{2}+8)\geq 21$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}(x-1)^{2}=0\\(x^{2}-1)^{2}=0\end{cases}$	**0.5**
	$\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\x=\pm 1\end{cases}\Leftrightarrow x=1.$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=1$.	**0.5**
	b) (*2.0 điểm*) Vì đường thẳng (d) cắt Ox,Oy lần lượt tại A,B nên $A\left(\dfrac{m}{2};0\right),B(0;-m)$.	**0.5**
	$S_{OAB}=\dfrac{1}{2}OA.OB=\dfrac{1}{2}\left\|\dfrac{m}{2}\right\|\left\|-m\right\|=\dfrac{1}{2}\dfrac{\|m\|}{2}\|m\|=\dfrac{\|m\|^{2}}{4}=\dfrac{m^{2}}{4}.$ (***Thiếu dấu giá trị tuyệt đối trừ 0.5 điểm***)	**1.0**

	Theo đề ta có $$S_{OAB}=25\Leftrightarrow \frac{m^2}{4}=25\Leftrightarrow m^2=100\Leftrightarrow m=\pm 10.$$ Vậy $m=\pm 10$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.	**0.5**
3 (*2.0 điểm*)	Đặt $x=\sqrt{3a^2+1}, y=\sqrt{3b^2+1}, z=\sqrt{3c^2+1}$. Vì $0\le a,b,c\le 1$ nên $1\le x,y,z\le 2$. Bất đẳng thức cần chứng minh trở thành $$\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}\le \frac{7}{2}.$$	**0.5**
	Không mất tính tổng quát, giả sử y là số nằm giữa x và z. Khi đó $$(y-x)(y-z)\le 0\Leftrightarrow y^2+zx\le y(z+x).$$ Chia cả hai vế cho $yz>0$ ta thu được $$\frac{y}{z}+\frac{x}{y}\le 1+\frac{x}{z}\Leftrightarrow \frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}\le 1+\frac{x}{z}+\frac{z}{x}.$$	**0.5**
	Ta sẽ chứng minh $$1+\frac{x}{z}+\frac{z}{x}\le \frac{7}{2}\quad (*)$$ Thật vậy $$(*)\Leftrightarrow \frac{x}{z}+\frac{z}{x}\le \frac{5}{2}\Leftrightarrow (2x-z)(x-2z)\le 0.$$ Bất đẳng thức này đúng vì $2x\ge 2\ge z, x\le 2\le 2z$.	**0.5**
	Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $(a;b;c)=(1;0;0)$ cùng các **hoán vị** của nó. ***(Thiếu chữ "hoán vị" trừ 0.25 điểm)***	**0.5**
4 (*3.0 điểm*)	**a) (*1.0 điểm*)** Giả sử rằng, tức là $$p-4=a^4 \text{ với } a\in \mathbb{Z}^+$$ Khi đó $$p=a^4+4=(a^4+4a^2+4)-4a^2=\left(a^2+2\right)^2-\left(2a\right)^2$$ $$=\left(a^2-2a+2\right)\left(a^2+2a+2\right)$$	**0.5**
	Đẳng thức ở trên không thể xảy ra bởi vì $$a^2+2a+2>a^2-2a+2=(a-1)^2+1>1 \text{ (do } p>5 \text{ nên } a>1)$$ dẫn đến p là hợp số trong khi giả thiết bài toán cho p là số nguyên tố. Vậy $p-4$ không thể là lũy thừa bậc 4 của một số nguyên dương.	**0.5**
	b) (*2.0 điểm*) Đặt $x=b+c-a, y=c+a-b, z=a+b-c$. Suy ra x,y,z là các số nguyên dương và $a=\frac{y+z}{2}, b=\frac{z+x}{2}, c=\frac{x+y}{2}$.	**0.5**

	Ta có $\dfrac{b^2+c^2-a^2}{b+c-a}=\dfrac{\left(\dfrac{z+x}{2}\right)^2+\left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2-\left(\dfrac{y+z}{2}\right)^2}{x}=\dfrac{1}{2}\left(x+y+z-\dfrac{yz}{x}\right)$	**0.5**
	Vì $\dfrac{b^2+c^2-a^2}{b+c-a}$ là số nguyên nên $\dfrac{yz}{x}$ là số nguyên, suy ra yz chia hết cho x. Tương tự, zx chia hết cho y và xy chia hết cho z. Xét số nguyên tố lẻ p. Gọi u,v,w lần lượt là số mũ của p trong phân tích thừa số nguyên tố của x,y,z. Không mất tính tổng quát, giả sử $u\ge v\ge w$. Nếu $w\ge 1$ thì ta có x,y,z cùng chia hết cho p mâu thuẫn vì $(a,b,c)=1$. Do đó $w=0$.	**0.5**
	Mặt khác, yz chia hết cho x nên $v+w\ge u \Leftrightarrow v\ge u$ (do $w=0$). Mà $u\ge v$ nên $u=v$. Suy ra số mũ của số nguyên tố p trong phân tích thừa số nguyên tố của xyz là $u+v+w=2u$ là một số chẵn. Vậy tùy thuộc vào tính chẵn lẻ số mũ của 2 trong phân tích thừa số nguyên tố của xyz ta đi đến kết luận xyz là số chính phương hoặc gấp 2 lần một số chính phương.	**0.5**
5 **(*4.0 điểm*)**	**Hình vẽ** 	
	a) (*2.0 điểm*) Chứng minh được $\triangle BOH \sim \triangle COA$ (g.g) .	**0.5**
	Suy ra $\dfrac{OB}{OC}=\dfrac{OH}{OA}\Rightarrow OA.OB=OH.OC$	**0.5**
	Xét $\triangle OHA$ và $\triangle OBC$ có $\dfrac{OA}{OC}=\dfrac{OH}{OB}$ và $\widehat{O}$ chung. Do đó $\triangle OHA \sim \triangle OBC$ (c.g.c).	**0.5**
	Suy ra $\widehat{OHA}=\widehat{OBC}$.	**0.5**
	a) (*2.0 điểm*) Vẽ $MK\perp BC$, chứng minh được $\triangle BKM \sim \triangle BHC$ (g.g)	**0.5**

	$\Rightarrow \frac{BM}{BC}=\frac{BK}{BH} \Rightarrow BM.BH = BK.BC$	**0.5**
	$\Delta CKM \sim \Delta CAB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{CM}{CB}=\frac{CK}{CA} \Rightarrow CM.CA = BC.CK$.	**0.5**
	Cộng vế theo vế hai đẳng thức trên và lấy căn bậc hai ta được $\sqrt{BM.BH+CM.CA}=\sqrt{BK.BC+BC.CK}=\sqrt{BC.(BK+KC)}$ $=\sqrt{BC^2}=BC$ (không đổi).	**0.5**
6 **(*4.0 điểm*)**	**Hình vẽ**  	
	a) (*2.0 điểm*) $AP // OM$ (do cùng vuông góc với OP) $\Rightarrow \widehat{PAO}=\widehat{MOA}$. Mà $\widehat{PAO}=\widehat{MAO}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên $\widehat{MOA}=\widehat{MAO}$.	**1.0**
	Do đó tam giác MAO cân. Điều này dẫn đến $MA = MO$.	**1.0**
	b) (*2.0 điểm*) Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có $AP = AQ$, $CQ = CN$, $BP = BN$	**1.0**
	Khi đó $AB + AC - BC = (AP + BP) + (AQ + QC) - (CN + BN) = 2AP$ (**không phụ thuộc vào điểm** N).	**1.0**

===Hết===

- ***Những câu những ý nào thí sinh giải khác với đáp án của người ra đề nhưng lập luận lôgic và đúng kết quả vẫn cho điểm tối đa.***
- ***Thí sinh sử dụng những kiến thức nâng cao nằm ngoài chương trình SGK nếu đúng vẫn được chấp nhận.***
- ***Khuyến khích những cách giải sáng tạo, độc đáo.***