UBND HUYỆN THĂNG BÌNH
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

Đề chính thức

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
NĂM HỌC 2023 - 2024
MÔN TOÁN

Ngày ... tháng 10 năm 2023
Thời gian: 150 phút(*không kể thời gian phát đề*)

Câu 1. ***(3.0 điểm)***

a) Rút gọn biểu thức $P = \dfrac{2}{3+\sqrt{7}} + \dfrac{\sqrt{28}}{2}$.

b) Cho $x = \dfrac{4}{\left(\sqrt{2}-1\right)\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}-3}$. Hãy tính giá trị của biểu thức $Q = \left(x^3-2x-1\right)^{2023}$.

Câu 2. ***(4.0 điểm)***

a) Giải phương trình: $(x^2-2x+4)(x^4-2x^2+8) = 21$.

b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = 2x - m$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 25.

Câu 3. ***(2.0 điểm)***
Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a+b+c=1$. Chứng minh rằng

$$\sqrt{\frac{3a^2+1}{3b^2+1}} + \sqrt{\frac{3b^2+1}{3c^2+1}} + \sqrt{\frac{3c^2+1}{3a^2+1}} \le \frac{7}{2}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

Câu 4. ***(3.0 điểm)***

a) Cho $p > 5$ là một số nguyên tố . Chứng minh rằng $p-4$ không thể là lũy thừa bậc 4 của một số nguyên dương.

b) Cho ba số nguyên dương a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác thỏa mãn $(a, b, c) = 1$ và $\dfrac{b^2+c^2-a^2}{b+c-a}, \dfrac{c^2+a^2-b^2}{c+a-b}, \dfrac{a^2+b^2-c^2}{a+b-c}$ là các số nguyên. Chứng minh rằng $(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)$ hoặc là số chính phương hoặc gấp hai lần một số chính phương.

Câu 5. ***(4.0 điểm)***. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là một điểm di động trên AC. Từ C vẽ đường thẳng vuông góc với tia BM cắt tia BM tại H, cắt tia BA tại O. Chứng minh rằng:

a) $OA.OB = OC.OH$ và $\widehat{OHA} = \widehat{OBC}$.

b) $\sqrt{BM.BH + CM.CA}$ không đổi.

Câu 6. ***(4.0 điểm)***.Cho A là điểm cố định nằm ngoài đường tròn (O). Từ A kẻ tiếp tuyến AP và AQ tới đường tròn (P và Q là các tiếp điểm). Đường thẳng đi qua O và vuông góc với OP cắt đường thẳng AQ tại M.

a) Chứng minh rằng: $MO = MA$.

b) Lấy điểm N trên cung lớn PQ của đường tròn (O) sao cho tiếp tuyến với (O) tại N cắt các tia AP, AQ lần lượt tại B và C. Chứng minh rằng: $AB + AC - BC$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm N.

===**Hết**===

Lưu ý: Thí sinh không được phép sử dụng tài liệu. Giám thị không được gợi ý gì thêm.

Họ và tên thí sinh...*Số báo danh*.....................